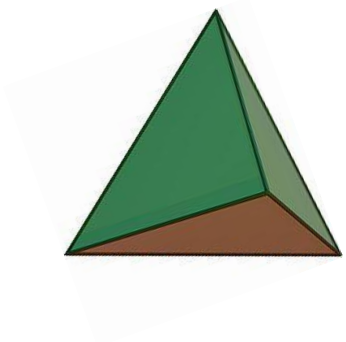
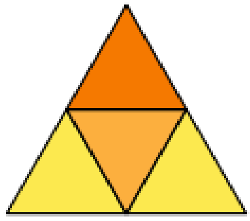
Tetraeder og oktaeder - regulær bonus i 3-d

Et regulært tetraeder består af fire trekanter, der er ligesidede, og er et af de platoniske legemer.





Du brug for den konkrete rummelige figur, når du skal arbejde med de følgende opgaver.

Du kan bruge papir, saks og lim, eller bare to stykke papir, hvis du følger vejledningen i bilaget.

- Fremstil et tetraeder af papir

Et tetraeder kan som et hvert andet polyeder udfoldes af et enkelt stykke papir.

Arealet, *A*, og volumenet, *V*, af et regulært tetraeder af sidelængden *s* er:

$$A = \sqrt{3}s^2$$

$$V = \frac{1}{12} * \sqrt{2} * s^3$$

I det følgende får du brug for Thales og Pythagoras sætninger.

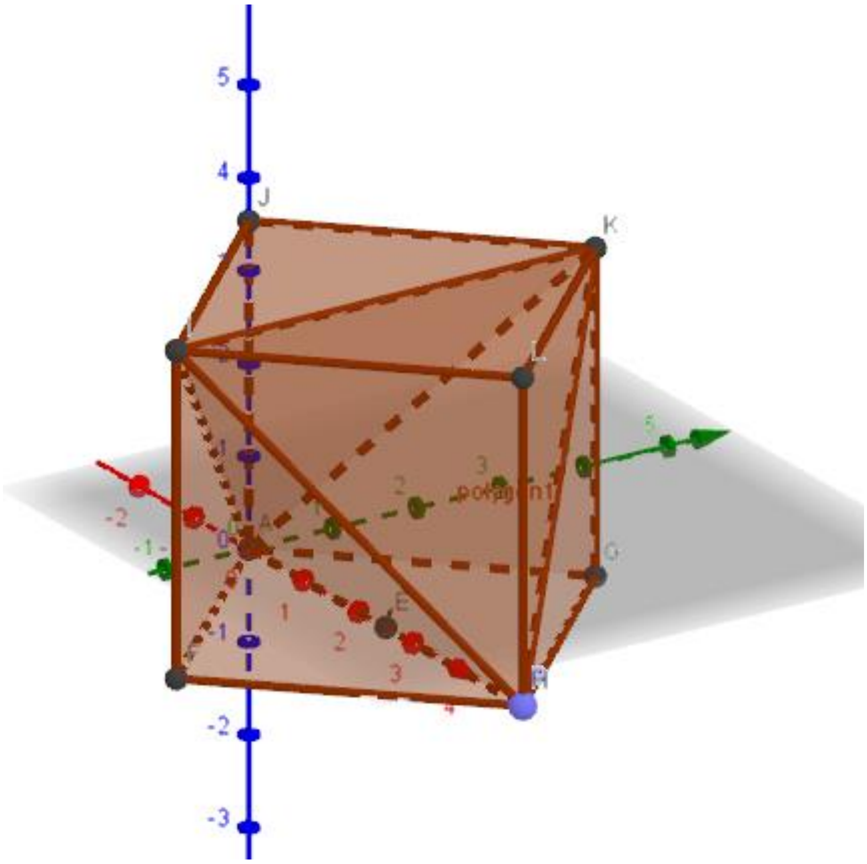
- Redegør for, at højden på en flade i tetraederet er: $\frac{\sqrt{3}}{2} * s$
- Redegør for, at afstanden fra højdernes skæringspunkt til kant i fladerne er: $\frac{1}{2*\sqrt{3}} * s$
- Redegør for at, den indvendige højde af et tetraeder er: $\sqrt{\frac{2}{3}} * s$
- Redegør - på matematisk grundlag (med dynamiske konstruktioner i GeoGebra og omskrivninger af algebraiske udtryk) - for formlerne for beregning af overfladeareal og rumfang af et tetraeder.
- Redegør for at den dihedralske vinkel (vinklen mellem fladerne) i tetraederet kan beregnes med formlerne:

$$\cos^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2*\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 70{,}529$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{\frac{2}{3}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right) = \sin\,\hat{}(-1)(2\hat{}(3/2)/3) \approx 70{,}529$$

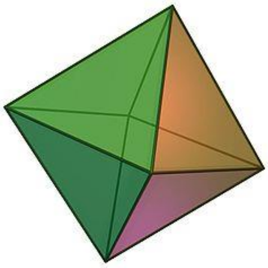
Du får brug for disse formler når du skal udføre den næste opgave.

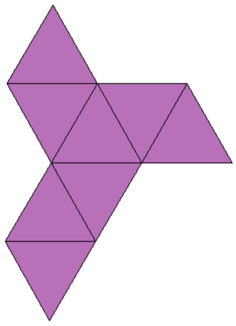
Et regulært tetraeder kan indskrives i en terning på to måder, sådan at hvert hjørne svarer til terningens hjørne, og hver diagonal er en diagonal i terningens sideflader. Volumenet af dette tetraeder er 1/3 af terningens volumen.



- Vis disse to sammenhænge med en 3'd konstruktion i GeoGebra.

Et **regulært** oktaeder er et platonisk legeme, som består af otte sideflader, af hvilke samtlige er ligesidede trekanter, hvor af fire mødes i hvert hjørne.





Arealet, *A*, og volumenet, *V*, af et regulært oktaeder med sidelængden *s* er:

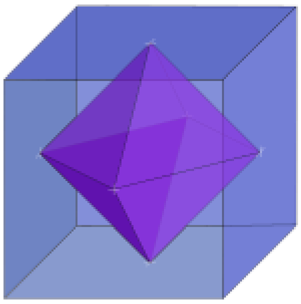
$$A = 2\sqrt{3}s^2$$

$$V = \frac{1}{2}\sqrt{2}s^3$$

- Redegør - på matematisk grundlag (med, målinger og beregninger på konkret polyeder, dynamiske konstruktioner i GeoGebra og omskrivninger af algebraiske udtryk, hvori der også indgår variable) - for disse to formler.

- Redegør for at rumfanget af et regulært tetraeder med sidelængden s er fire gange mindre end rumfanget af et regulært oktaeder, der også har sidlængden s.

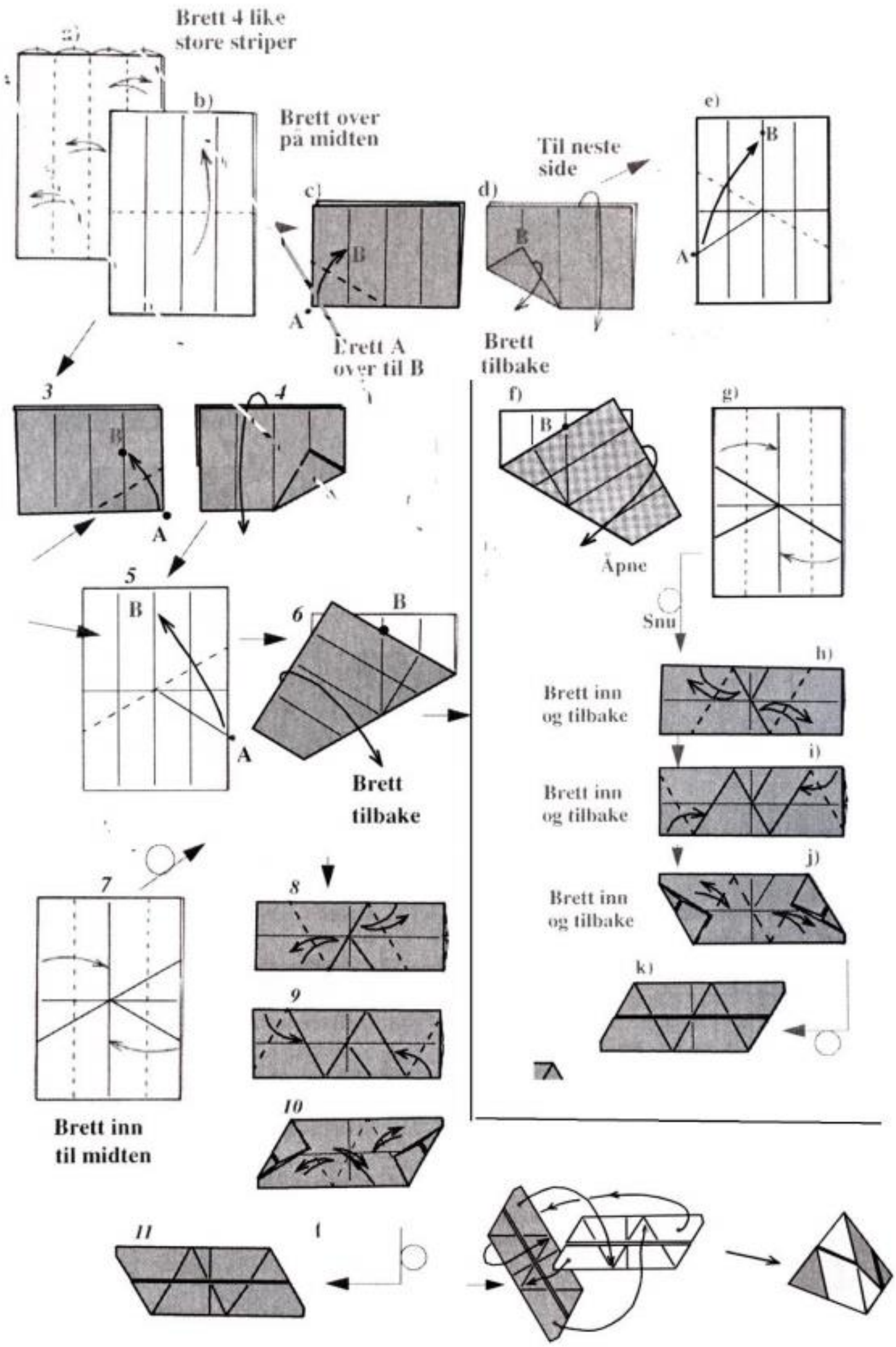
Det regulære oktaeder er dual i forhold til terningen, fordi hjørnerne i oktaederet er placeret i midtpunkterne på sidefladerne i terningen.



- Fremstil en 3'd konstruktion i Geogebra af et dualt tetraeder i en terning

- Vis med en 3'd konstruktion i GeoGebra, at terningen også er dual til et regulært tetraeder.

- Redegør - på matematisk grundlag- for, at rumfanget af det duale regulære oktaeder er fire gange mindre end rumfanget af terningen.


a)
Brett 4 like store striper
b)
Brett over på midten
c)
d)
Til neste side
e)
B
A
Brett A over til B
Brett tilbake
3
4
5
6
Brett tilbake
7
Brett inn til midten
8
9
10
11
f)
g)
Åpne
Snu
h)
Brett inn og tilbake
i)
Brett inn og tilbake
j)
Brett inn og tilbake
k)

Læringsmål for forløbet:

Eleverne udvider deres kompetencer i arbejdet med foldede og udfoldede figurer, gennem arbejde simple platoniske legemer.

Eleverne får indsigt i begreberne foldede og udfoldede rummelige figurer.

Eleverne udfordres i arbejdet med brug og udledning af formler for overflader og rumfang.

Eleverne skal fremstille dynamiske konstruktioner i 3´d med GeoGebra

Eleverne udfordres i den undersøgende arbejdsform

Eleverne kompetencer i brug af Pythagoras og Thales sætninger udvikles.

Eleverne udfordres til at arbejde med matematiske ræsonnementer inden for de irrationelle tal.